

AD-SOYAD :

04.04.2018

NUMARA :

SAYILAR TEORİSİ II ARASINAV SORULARI

1.)  $8!$  sayısının  $11$  ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1  
B) 3  
C) 5  
D) 7  
E) 9

2.)  $0 \leq x < 41$  olmak üzere  $1^3 + 2^3 + \dots + 39^3 + 40^3 \equiv x \pmod{41}$  dir. Buna göre  $\frac{x+7}{2} \equiv y \pmod{9}$  koşulunu sağlayan  $y$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2  
B) 4  
C) 6  
D) 8  
E) 10

3.) Aşağıdaki kongrüanslardan hangisinin çözümü yoktur?

- A)  $4x \equiv 7 \pmod{11}$   
B)  $16x \equiv 8 \pmod{21}$   
C)  $-2x \equiv 5 \pmod{10}$   
D)  $21x \equiv 11 \pmod{17}$   
E)  $-5x \equiv 3 \pmod{7}$

4.)  $4^4$  den küçük ve  $4^4$  ile aralarında asal kaç tane pozitif tam sayı vardır?

- A) 98  
B) 105  
C) 118  
D) 128  
E) 192

5.)  $13$  sayısının  $7$  moduna göre mertebesi kaçtır?

- A) 2  
B) 4  
C) 6  
D) 8  
E) 16

6.) Modulo  $13$  primitif kök sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4  
B) 6  
C) 8  
D) 10  
E) 12

- 7.) Aşağıda verilmiş olan  $p$  asal sayılarından hangisi için  $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  kongrüansının en az bir tam sayı çözümü vardır?
- A) 653  
B) 647  
C) 641  
D) 617  
 E) Hiçbiri

- 8.) Aşağıda verilen  $n$  değerlerinden hangisi için  $\sum_{i=1}^4 i^n$  sayısı 5 ile tam bölünmez?
- A) 241  
 B) 240  
C) 239  
D) 238  
E) 237

- 9.)  $x^9 \equiv 2 \pmod{23}$  kongrüansını ( $g = 8$ ) alarak en küçük pozitif çözüm ile en büyük negatif çözüm toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) -8  
B) -7  
 C) -5  
D) -4  
E) -3

- 10.) 5 modulo 7 primitif kökü için  $\text{ind } 6$  aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 2  
 B) 3  
C) 4  
D) 5  
E) 6

- 11.) 3 tamsayısı için  $\text{Ord}_{23}^3$  aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 3  
B) 5  
C) 7  
D) 9  
 E) 11

- 12.) Bölünebilmeye ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?
- A)  $a|b$  ise  $a|bc$  dir.  
B)  $a|b$  ve  $b|c$  ise  $a|c$  dir.  
C)  $a|b$  ise  $|a| \leq |b|$  dir.  
D)  $a|b$  ve  $b|a$  ise  $a = \mp b$  dir.  
 E)  $a|b$  ve  $b|a$  ise  $a = b$  dir.

- 13.) Aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?
- I.  $(a, b) = 1$  ve ise  $a|bc$  ise  $a|c$  dir.  
II.  $(a, b) = d$  ise  $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$  dir.  
III.  $(a, b) = d$  ise  $(ac, bc) = cd$  dir.  
IV.  $(a, b) = d$  ve  $a|bc$  ise  $\frac{a}{d}|c$  dir.

- A) Yalnız I  
 B) Yalnız II  
 C) Yalnız III  
 D) Yalnız IV  
 E) I ve II

14.)  $g$  modulo  $p$  primitif kök olsun.

Aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A)  $g^k \equiv 1 \pmod{p}$  ise  $k = p - 1$  dir.

B)  $Ord_p^g | p$

C)  $g^r = g^s \Rightarrow p - 1 | r - s$  dir.

D)  $Ord_p^g, \bar{g} \in \mathbb{Z}_p^*$  in çarpımsal mertebesidir.

E)  $\mathbb{Z}_p^*$  da  $o(\bar{g}) = p - 1$  dir.

15.) Aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

A)  $a \equiv b \pmod{m}$  ise  $a$  ile  $b$ ,  $m$  ye bölündüğünde aynı kalanı verir.

B)  $a \equiv b \pmod{m}$  ise  $(b, m) \nmid a$  dir.

C)  $\mathbb{Z}_m$  de  $m$ -tane kalan sınıfı vardır

D)  $\mathbb{Z}_p$  de  $p - 1$  tane terslenebilen eleman vardır.

E)  $\mathbb{Z}_m$  de  $m \neq p$  ( $p$ , asal) ise sıfır bölen eleman vardır.

16.) Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $0 \neq a \in \mathbb{Z}$  olsun.  $p \in \mathbb{P}$  için  $(a, p) = 1$  ise  $p \nmid a$  dir.

B) İki tam sayının her zaman *obeb* i olmayabilir.

C)  $ax + by = 1$  olacak şekilde  $\exists x, y \in \mathbb{Z}$  varsa  $a$  ile  $b$  aralarında asal olmayabilir.

D)  $c|a$  ve  $c|b$  ise  $c$ ,  $a$  ile  $b$  nin en büyük ortak bölenidir.

E)  $a$  ve  $b$  tamsayılarının en büyük ortak böleni  $x, y \in \mathbb{Z}$  olam üzere  $ax + by$  şeklindeki en büyük sayıdır.

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E
11	A	B	C	D	E
12	A	B	C	D	E
13	A	B	C	D	E
14	A	B	C	D	E
15	A	B	C	D	E
16	A	B	C	D	E

**Soru:**  $15x + 12y + 30z = 24$  Diophant denkleminin varsa bir çözümünü bulunuz.

Prof. Dr. Şenol EREN

**ÇÖZÜM:**  $15x + 12y + 30z = 24$  diophant denkleminin  $(15, 12, 30) = 3 \mid 24$  olduğundan tamsayı çözümleri mevcuttur.

- $(15, 12) = 3$  o.ü. 3 ile 15 e bölme alg. uygulanırsa ;

$$15 = 1 \cdot 12 + 3$$

$$1 \cdot 15 - 1 \cdot 12 = 3 \Rightarrow \text{⊗ denklemini (1)-de kullanacağız.}$$

- $(3, 30) = 3$  o.ü. 30 ile 3 e bölme alg. uygulanırsa :

$$30 = 9 \cdot 3 + 3$$

$$1 \cdot 30 - 9 \cdot 3 = 3 \dots (1)$$

$$1 \cdot 30 - 9(1 \cdot 15 - 1 \cdot 12) = 3$$

$$1 \cdot 30 - 9 \cdot 15 + 9 \cdot 12 = 3$$

$$15(-9) + 12 \cdot (9) + 30 \cdot 1 = 3$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ u & v & w \end{array}$$

$$(x_0, y_0, z_0) = \frac{c}{d} (u, v, w) = \frac{24}{3} (-9, 9, 1) = (-72, 72, 8)$$

TEST GRUBU CEVAPLARI

1) C

5) B

9) C

13) C

2) D

6) A

10) B

14) B

3) C

7) E

11) E

15) B

4) D

8) B

12) E

16) A